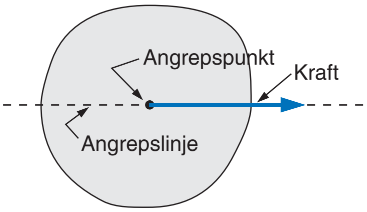
2 Resultanten til krefter

Mål

Når du har lest dette kapitlet skal du kunne

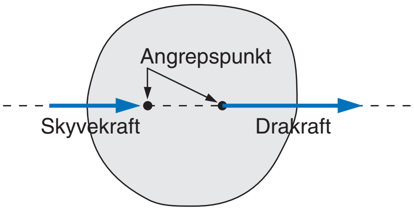
– gjøre greie for angrepslinja og angrepspunktet til en kraft
– forklare hva vi mener med statisk moment
– sette sammen krefter grafisk til en resultant
– sette sammen krefter analytisk til en resultant
– dekomponere krefter grafisk og analytisk

2.1 Kraftbegrepet



Figur 2.1

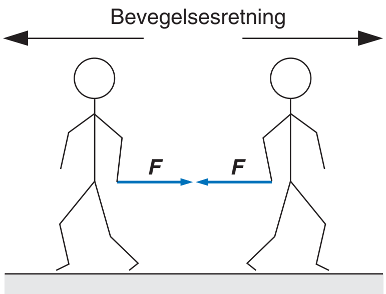
En kraft er en vektor. Det vil si at kraften har måltall (for eksempel 5), enhet (for eksempel newton) og retning (for eksempel horisontalt mot høyre). Når vi tegner kraften grafisk, virker den langs en rett linje. Denne linja kaller vi **kraftens angrepslinje**. Det punktet der kraften virker eller angriper i øyeblikket, kaller vi **kraftens angrepspunkt**. Se figur 2.1.



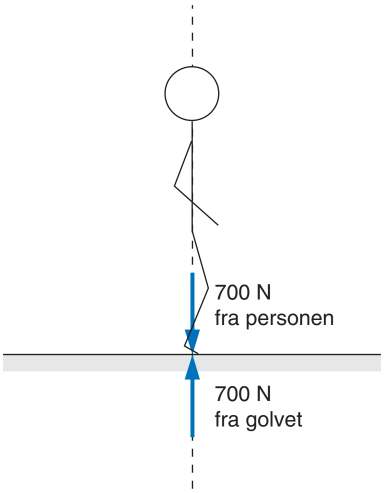
Figur 2.2

Når kraften skyver inn mot angrepspunktet, har vi en **skyvekraft**. Når kraften drar i angrepspunktet, har vi en **drakraft**. Se figur 2.2.

La oss gjøre et tankeeksperiment: To like personer står i ro på en helt glatt isflate. Dersom den ene personen bruker hånda og skyver på den andre med en horisontal kraft, vil begge personene gli bort fra hverandre. Se figur 2.3.



Figur 2.3



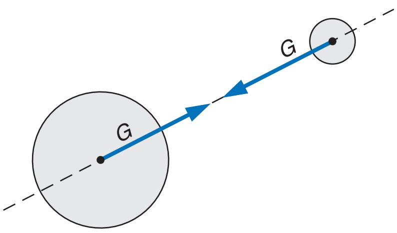
Figur 2.4

Det er uten betydning hvem som opprinnelig skjøv på hvem. Når den ene personen påvirker den andre med en kraft, vil også den andre personen automatisk påvirke den første med en like stor og motsatt rettet kraft.

Tilsvarende kan vi tenke oss en person med tyngden 700 N som står på et golv. Personen påvirker golvet med en nedoverrettet kraft på 700 N. Golvet påvirker da personen med en like stor og motsatt rettet kraft. Se figur 2.4. De to kreftene ligger alltid på samme angrepslinje, og vi får denne generelle regelen (**vekselvirkningsloven**):

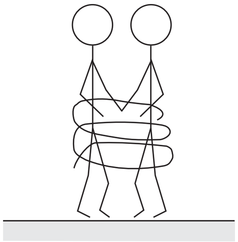
> Når et legeme *A* påvirker et annet legeme *B* med en kraft, vil *B* påvirke *A* med en like stor og motsatt rettet kraft langs samme angrepslinje.

Legemet som forårsaker dette, yter en **aksjonskraft**, mens det andre legemet «svarer» med en **reaksjonskraft**. Vi kan derfor kort si at *aksjonskraft er lik reaksjonskraft*. Det er ikke alltid så lett å vite hva som er aksjonskraft, og hva som er reaksjonskraft, men det spiller vanligvis ingen særlig rolle.

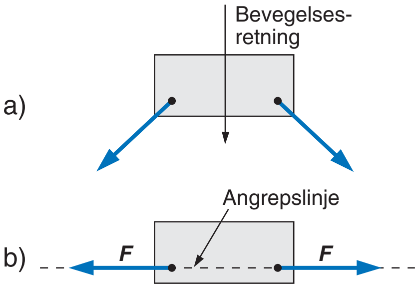


Figur 2.5

De to legemene som påvirker hverandre, trenger ikke å være fysisk nær hverandre. Jorda og månen påvirker (tiltrekker) hverandre med like store og motsatt rettete krefter. Se figur 2.5. Hva som her er aksjonskraft og reaksjonskraft, er umulig å si, og det er egentlig uten betydning.



Figur 2.6



Figur 2.7

Dersom vi nå binder sammen de to personene på isen, se figur 2.6, greier de ikke lenger å få til noen bevegelse, uansett hvor store krefter de bruker på hverandre. De to personene må nå regnes som ett legeme, og vi får regelen:

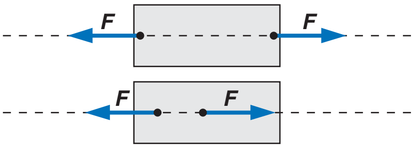
> Et legeme kan ikke påvirke seg selv med en ytre kraft. Krefter som påvirker et legeme, kommer alltid fra andre legemer.

I vårt tilfelle fins det også indre krefter i legemet, og slike krefter kan ha betydning for indre forhold i legemet, som for eksempel bruddfare og bøying. Det kommer vi tilbake til i fasthetslæren.

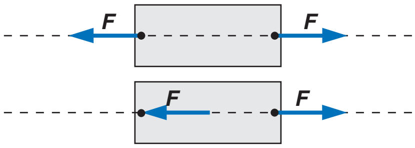
Vi tenker oss nå en lett papplate som ligger på et bord. Dersom vi setter to krefter på platen, oppdager vi at platen beveger seg omtrent slik figur 2.7a viser. For at platen skal bli liggende i ro, må de to kreftene være *motsatt rettet* og *ligge på samme angrepslinje* (se figur 2.7b). Dersom vi måler de to kreftene med fjærvekter, ser vi at de også er *like store*.

Når legemet ligger i ro, sier vi at det er i *likevekt*. Det gir oss denne svært viktige regelen:

> Dersom to krefter skal holde et legeme i likevekt, må kreftene være like store, motsatt rettet og ligge på samme angrepslinje.



Figur 2.8



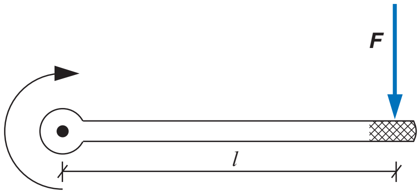
Figur 2.9

Når to krefter holder et legeme i likevekt, kan vi gjerne flytte en eller begge kreftene langs angrepslinjene uten at likevekten blir forstyrret. Se figur 2.8. Det har heller ikke noe å si om kreftene er drakrefter eller skyvekrefter, så lenge de ligger på samme angrepslinje. Se figur 2.9. Det gir oss denne nyttige regelen:

> Vi kan flytte en kraft fritt langs kraftens angrepslinje.

Det enkle grunnlaget vi her har gjennomgått, får vi mye bruk for i statikken.

2.2 Statisk moment

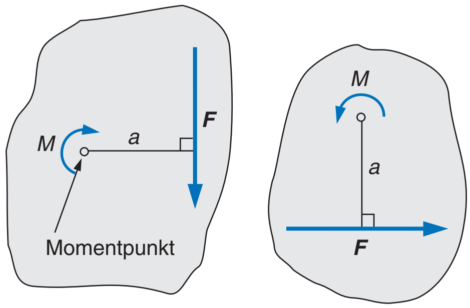


Figur 2.10

Når vi skal trekke til en mutter på en motorblokk, bruker vi gjerne momentnøkkel. Dersom nøkkelens arm er 0,5 m lang (l), og vi bruker en kraft F på 100 N, se figur 2.10, sier vi at vi trekker til med et *moment*:

$$M = F \cdot l = 100\ \text{N} \cdot 0{,}5\ \text{m} = 50\ \text{Nm} \quad \text{(newtonmeter)}$$

I statikken bruker vi begrepet **statisk moment**. Vi definerer det statiske momentet til en kraft om et fast omdreiningspunkt (momentpunkt) som produktet av kraften og kraftens arm (momentarmen) om punktet. Siden det er et *statisk* moment, trenger ikke kraften å bevege seg eller legemet å dreie om omdreiningspunktet. **Momentarmen** a står alltid vinkelrett på kraftretningen, se figur 2.11.



Figur 2.11

Momentet prøver å dreie legemet enten *med* urviseren eller *mot* urviseren. Dersom vi kaller dreieretningen med urviseren for positiv, vil et *positivt* moment virke *med urviseren* og et *negativt* moment virke *mot urviseren*. Det er ingen faste regler for hvilken retning som gir positivt moment og hvilken retning som gir negativt moment. Vi må derfor definere dette i hvert enkelt tilfelle.

2.3 Grafisk løsning

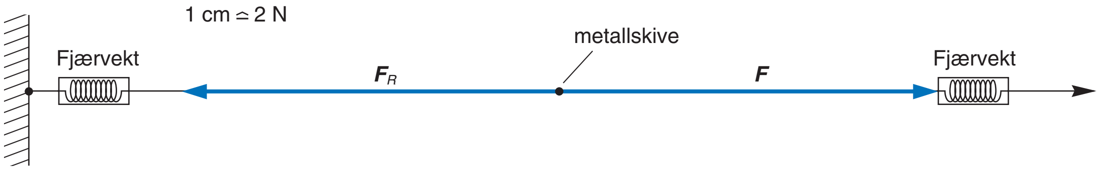
Ved grafisk løsning bruker vi en grafisk konstruksjon til å finne løsningen. Dette er gjerne den enkleste måten å løse statikkoppgaver på. I tillegg danner den grafiske løsningen ofte grunnlaget for en analytisk løsning, det vil si utregning. Ved grafisk løsning må vi vanligvis tegne figuren i to samtidige målestokker, en *kraftmålestokk* og en *lengdemålestokk*.

Skal vi tegne opp en kraft på 5 kN, velger vi kanskje en kraftmålestokk der 1 cm ≙ 1 kN (som vi leser: «1 cm *svarer til* 1 kN»). Kraften tegner vi da som en 5 cm lang pil. Dersom vi også skal tegne en kvadrat på 10 m × 10 m, bruker vi kanskje en lengemålestokk der 1 cm ≙ 1 m. Kvadratet blir da 10 cm × 10 cm på tegningen. Vi bør alltid føre opp målestokkene på en grafisk løsning.

Resultanten til to krefter

Å finne **resultanten** av to krefter vil si å finne den ene kraften som i alle situasjoner kan erstatte disse to kreftene. Resultantkraften har altså samme virkning som de opprinnelige kreftene hadde til sammen.

Kreftene angriper i samme punkt

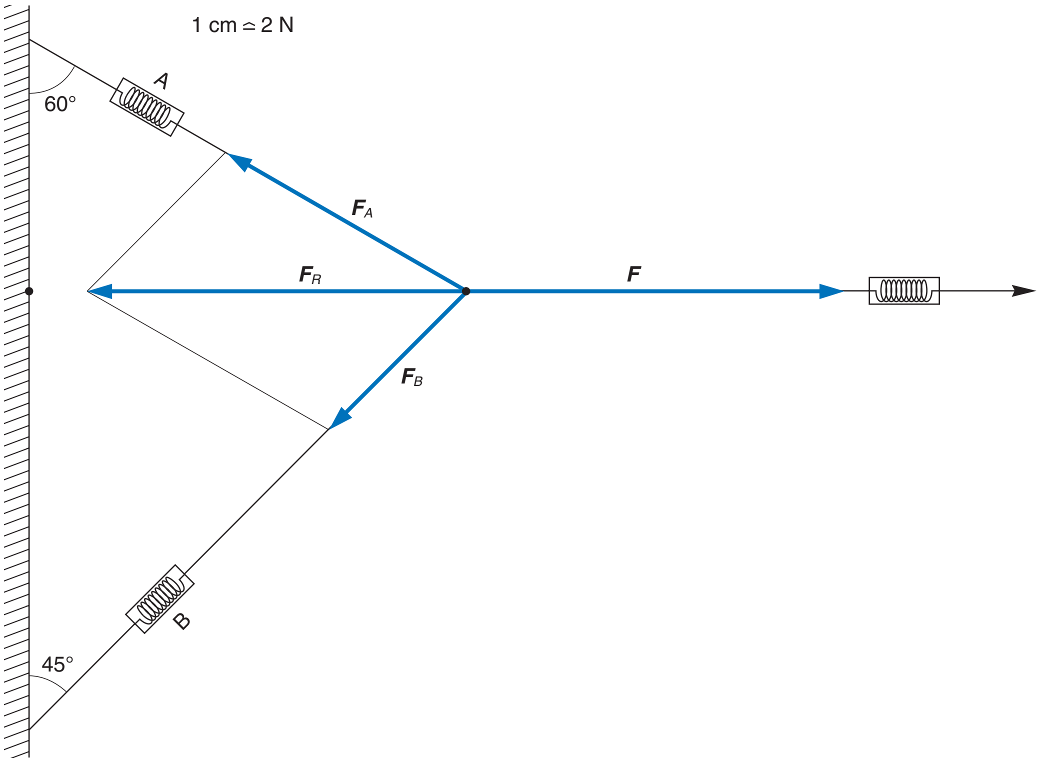


Figur 2.12

Vi har en liten metallskive som vi fester to snorer til. På hver snor fester vi en fjærvekt, slik at vi kan lese av kreftene i begge snorene.

Den ene snora fester vi i veggen helt nede ved golvet, mens vi trekker i den andre snora med en kraft $F = 10$ N langs golvet *fra* veggen, se figur 2.12. Metallskiva er i ro og derfor i likevekt. Vi vet at når to krefter holder et legeme (metallskiva) i likevekt, må kreftene være like store, motsatt rettet og ligge på samme angrepslinje. Det burde derfor ikke komme som noen overraskelse at begge fjærvektene viser 10 N. Det vil si at $F_R = F = 10$ N.

Vi bytter så ut snora som er festet til veggen, med to snorer som er festet slik figur 2.13 viser.



Figur 2.13

Når vi nå bruker den samme kraften $F = 10$ N, kan vi måle kreftene i de to snorene til $F_A = 7{,}32$ N og $F_B = 5{,}18$ N. I begge tilfellene våre har metallskiva vært i ro (i likevekt), og begge gangene har vi brukt en belastning på 10 N. Den eneste forskjellen er at vi har byttet ut F_R med F_A og F_B. F_R har derfor den samme virkningen som F_A og F_B har til sammen. Denne kraften kan altså erstatte de to kreftene fullstendig, og vi sier at F_R er *resultanten* til F_A og F_B. En resultant har alltid samme virkning som de kreftene den erstatter.

Dersom vi legger sammen verdiene av F_A og F_B, får vi 12,50 N. Vi ser at vi ikke bare kan summere verdiene av de to kreftene for å finne resultanten. Vi setter av verdiene til F_A og F_B i målestokk langs hver sine snorer (vi skal senere vise at snorretningen er lik angrepslinja til den kraften som virker i snora). Dersom vi bruker kraftmålestokken 1 cm $\widehat{=}$ 2 N, blir pila langs A 3,66 cm og pila langs B 2,59 cm.

Vi lager nå et parallellogram der F_A og F_B utgjør sidene. Dersom vi måler diagonalen som går ut fra metallskiva, finner vi at den er nøyaktig 5 cm. Det svarer til 10 N med kraftmålestokken vår. Vi ser også at diagonalen har nøyaktig samme retning og plassering som F_R på figur 2.12. Vi kan endre kraftverdiene og retningene, men hele tiden finner vi denne sammenhengen:

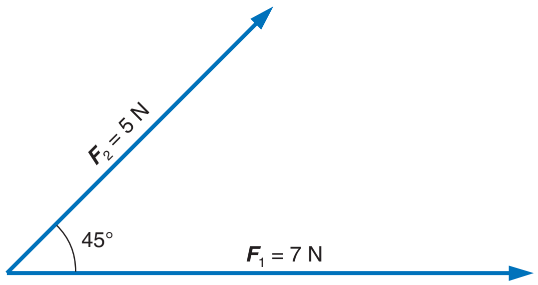
Resultanten til to krefter som angriper i samme punkt, finner vi ved å konstruere et parallellogram der vi setter av de to kreftene i målestokk. Resultanten blir da den diagonalen i parallellogrammet som går ut fra kreftenes angrepspunkt.

De to kreftene må enten være drakrefter eller skyvekrefter. Dersom de er drakrefter, blir også resultanten en drakraft. Dersom de er skyvekrefter, blir resultanten en skyvekraft.

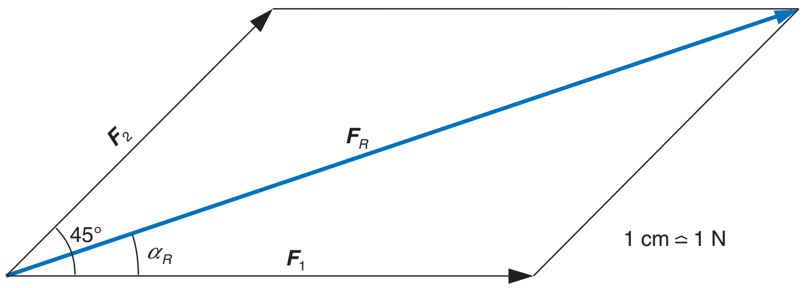
Selvsagt kan vi også gå motsatt vei: Vi kan *dekomponere* en kjent kraft i to valgte retninger (angrepslinjer).

Eksempel 2.1

Vi skal finne resultantkraften til de to kreftene på figur 2.14 . Kraften $F_1 = 7$ N og har horisontal angrepslinje. Kraften $F_2 = 5$ N, der angrepslinja danner 45° med horisontalen (og dermed også med F_1). Vi konstruerer nå et parallellogram ved hjelp av passer eller ved å parallellforskyve linjene med vinkelhaker.



Figur 2.14



Figur 2.15

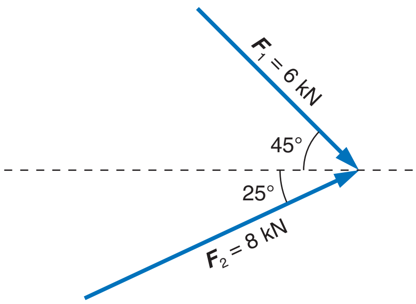
Løsningen er vist på figur 2.15. Resultantkraften F_R går fra samme angrepspunkt som de to kreftene den erstatter. Siden de to kreftene er drakrefter, blir også resultanten en drakraft. Vi måler F_R til 11,1 cm. Ettersom 1 cm svarer til 1 N, blir $F_R = 11{,}1$ N.

Ofte ønsker vi også å finne retningen til resultantkraften (eller angrepslinja til resultantkraften). Vi vet at den går gjennom angrepspunktet for de to kreftene den skal erstatte. Vinkelen α_R som angrepslinja til resultantkraften danner med horisontalen, måler vi til 19°. Vi setter av F_R og α_R på figuren og skriver opp den grafiske løsningen:

Resultantkraft $F_R = 11{,}1$ N på skrå opp mot høyre.

Angrepslinja danner en vinkel $\alpha_R = 19°$ med horisontalen.

Mange lurer ofte på om en grafisk løsning er nøyaktig nok. Til det kan vi si at i de aller fleste tilfellene er grafiske løsninger fullt ut tilfredsstillende. For å få gode løsninger er det nødvendig å tegne helt nøyaktige figurer i stor målestokk. Men for å spare plass i denne læreboka kommer vi til å vise de fleste løsningene i mindre målestokk enn det som trengs for en fullgod grafisk løsning.



Figur 2.16

Eksempel 2.2

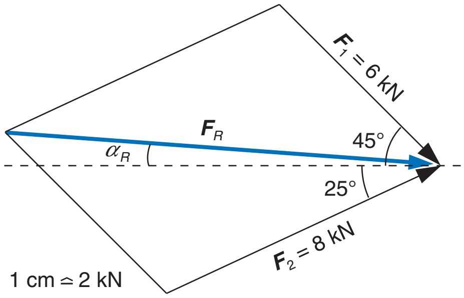
I dette eksemplet skal vi studere to krefter som er skyvekrefter. Vi kan gjerne forskyve de to kreftene fram slik at de blir drakrefter. Da blir resultanten også en drakraft, og vi får den løsningen vi hadde i forrige eksempel. Den andre muligheten er å konstruere parallellogrammet ved hjelp av de to skyvekreftene. Dermed blir resultanten en skyvekraft, og det er det vi skal vise her.

På figur 2.16 er $F_1 = 6$ kN og danner 45° med horisontalen, mens $F_2 = 8$ kN og danner 25° med horisontalen.

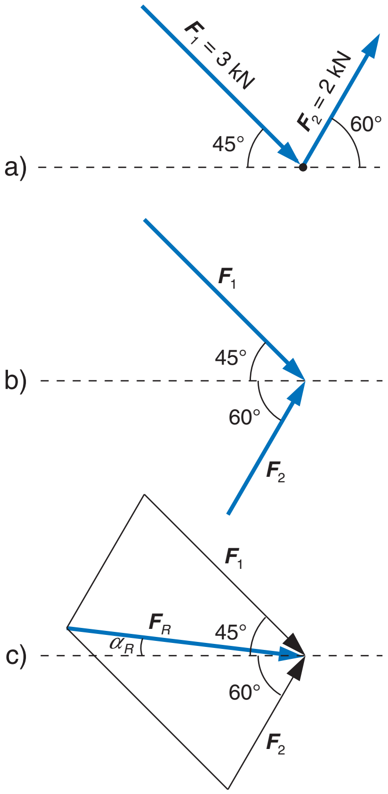
Vi setter sammen kreftene til et parallellogram, se figur 2.17. Det gir oss den grafiske løsningen:

Resultantkraft $F_R = 11{,}6$ kN på skrå ned mot høyre.

Angrepslinja danner vinkelen $\alpha_R = 4°$ med horisontalen.



Figur 2.17



Figur 2.18

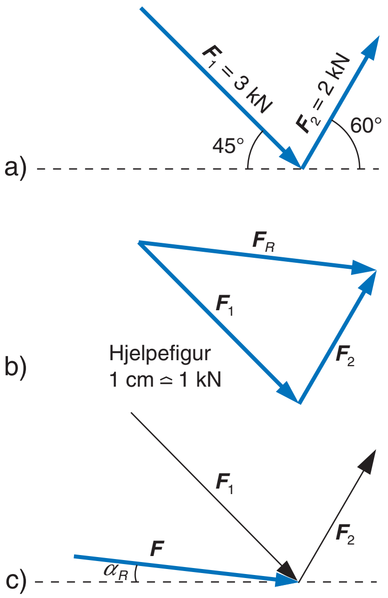
Dersom den ene kraften er en drakraft og den andre er en skyvekraft, må vi gjøre begge kreftene til drakrefter eller til skyvekrefter før vi konstruerer parallellogrammet, se neste eksempel.

Eksempel 2.3

På figur 2.18a er F_1 en skyvekraft og F_2 en drakraft. Vi velger å gjøre begge kreftene om til skyvekrefter. Vi flytter da F_2 langs angrepslinja (som vi har lov til), slik at også denne kraften blir en skyvekraft. Se figur 2.18b.
På figur 2.18c har vi konstruert parallellogrammet, der F_R nå blir en skyvekraft. Vi får denne grafiske løsningen:

Resultantkraften $F_\mathrm{R} = 3{,}1$ kN på skrå ned mot høyre.
Angrepslinja danner vinkelen $\alpha_\mathrm{R} = 7°$ med horisontalen.

Et parallellogram består av to kongruente (likeformete og like store) trekanter. Dersom vi ønsker det, kan vi derfor erstatte parallellogrammet med en trekant. Vi bør da tegne den som en hjelpefigur, parallellforskjøvet bort fra hovedfiguren. Fordelen med det er at vi slipper å tenke på om kreftene er drakrefter eller skyvekrefter. Det kan også være en enklere konstruksjonsmåte når vi senere skal sette sammen flere enn to krefter til en resultant. I det neste eksemplet skal vi vise framgangsmåten.



Figur 2.19

Eksempel 2.4

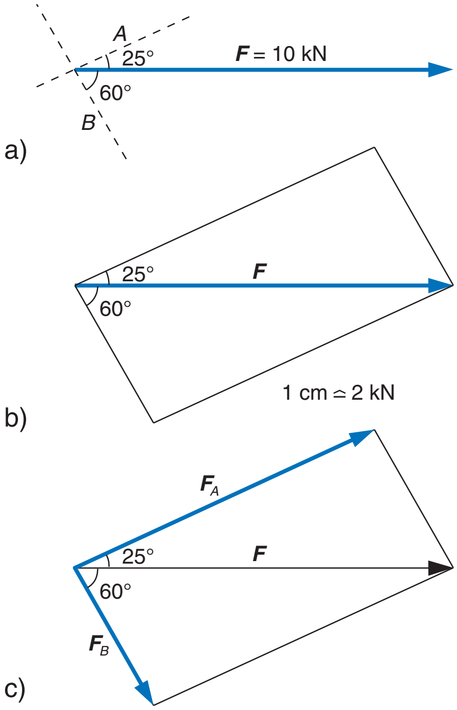
Vi tar utgangspunkt i de samme kreftene som i eksempel 2.3.

På figur 2.19a har vi tegnet opp de to kreftene vi skal finne resultanten til. Vi parallellforskyver kraften F_1 i størrelse og retning til en hjelpefigur. Til pilspissen av F_1 parallellforskyver vi så kraften F_2, slik at de to kreftene følger etter hverandre. Resultanten F_R begynner nå der den første kraftpila starter, og slutter ved pilspissen til den siste kraftpila. Dermed har vi funnet verdien og retningen av resultanten F_R (se figur 2.19b).

Vi vet at resultanten går gjennom angrepspunktene til F_1 og F_2, og vi kan nå parallellforskyve den tilbake til dette punktet fra hjelpefiguren (se figur 2.19c). Vi plasserer resultantkraften som drakraft, skyvekraft eller på et eller annet sted på angrepslinja, ut fra regelen om at kraften kan forskyves langs sin angrepslinje. Vi ser nå at den trekanten vi fikk på hjelpefiguren utgjør halvparten av det parallellogrammet vi fikk i eksempel 2.3.

Det er likegyldig hvilken rekkefølge vi setter kreftene i. Vi må bare huske at pilene vi skal finne resultanten til, følger etter hverandre i riktig pilretning.

Det neste eksemplet viser hvordan vi *dekomponerer* en kraft i to valgte retninger.



Figur 2.20

Eksempel 2.5

Vi skal her gå motsatt vei av det vi har gjort tidligere.

Vi kjenner kraften $F = 10$ kN, som nå skal dekomponeres langs angrepslinjene A og B. Angrepslinje A danner 25° med F, mens linje B danner 60° med F. Se figur 2.20a. Kraften F skal utgjøre diagonalen i et parallellogram der A og B er sidene.

Vi parallellforskyver linjene A og B slik at de treffer spissen på F. Dermed har vi fått fram parallellogrammet (figur 2.20b) og kan tegne opp de dekomponerte kreftene F_A og F_B (figur 2.20c).

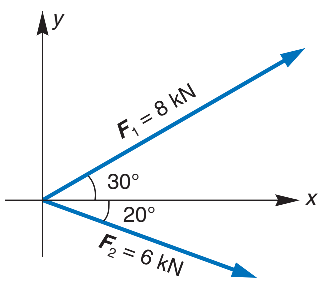
Når vi måler kraftlengdene og regner om i forhold til kraftmålestokken, finner vi at $F_A = 8{,}7$ kN og $F_B = 4{,}2$ kN.

Vi kunne også ha funnet kreftene ved å tegne en hjelpetrekant på samme måte som da vi fant resultanten til to krefter.

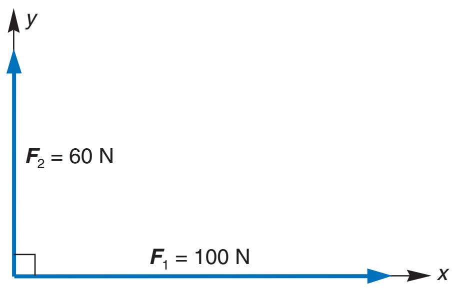
Øvingsoppgaver

Finn grafisk verdien av resultanten F_{R} og retningen α_{R} i forhold til x-aksen i oppgavene 2.1–2.4:

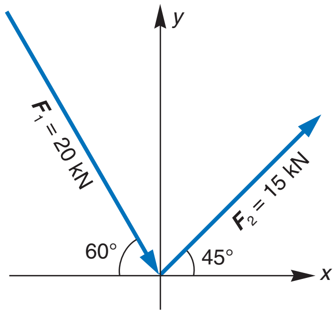
2.1



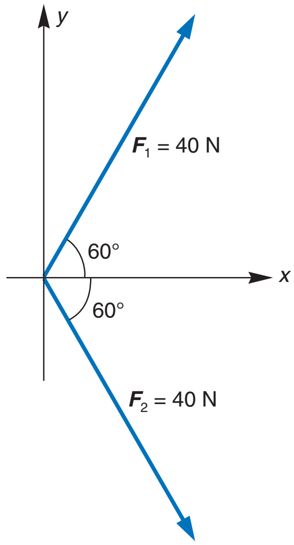
2.2



2.3

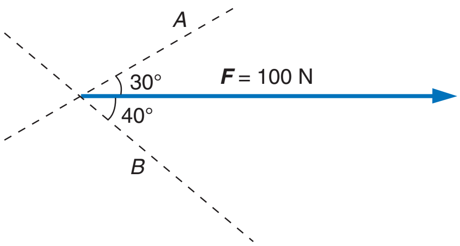


2.4

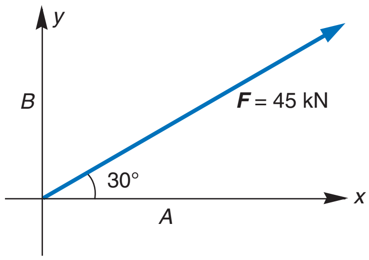


Dekomponer kraften F i retningene A og B, og finn F_A og F_B i oppgavene 2.5–2.8:

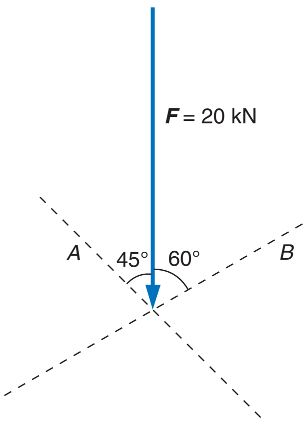
2.5



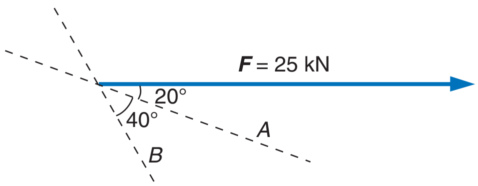
2.7



2.6



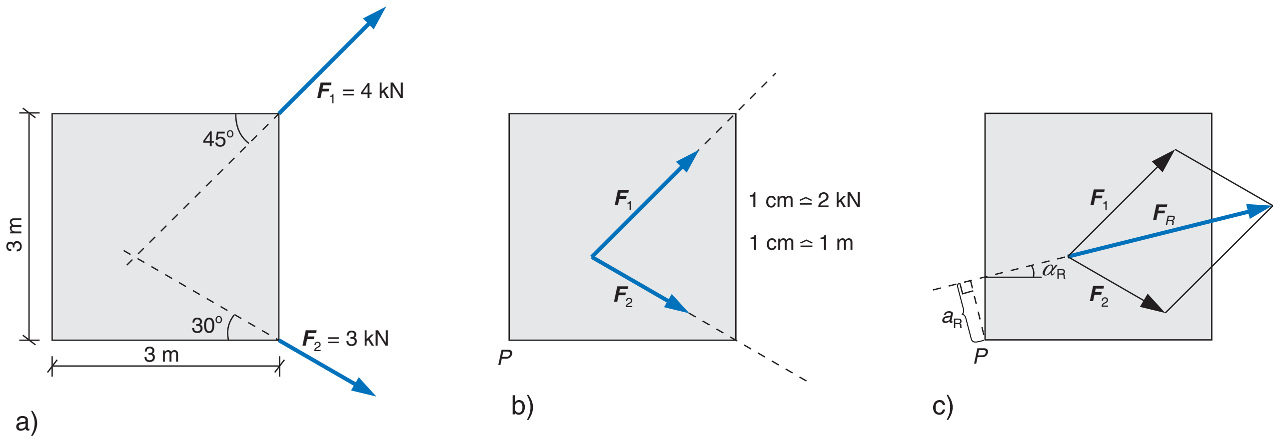
2.8



Kreftene angriper i ulike punkter

Når vi skal finne resultanten til to krefter som *ikke* angriper i samme punkt, kan vi bruke regelen om at vi kan flytte en kraft langs kraftens angrepslinje. Vi flytter da de to kreftene langs sine angrepslinjer til de møtes. Her kan vi så konstruere parallellogrammet på vanlig måte.

Eksempel 2.6



Figur 2.21

Figur 2.21a viser et kvadratisk legeme med sider på 3 m. Legemet er påvirket av to krefter som ikke angriper i samme punkt. Vi trenger to målestokker på figuren, en kraftmålestokk og en lengdemålestokk.

Fra før vet vi at vi kan forskyve en kraft langs angrepslinja uten at kraften blir endret. Vi forskyver derfor de to kreftene *langs angrepslinjene* inntil krysningspunktet. Her kan vi sette av kreftene som drakrefter eller skyvekrefter.

I dette eksemplet har vi valgt å sette av kreftene som drakrefter (se figur 2.21b).

Vi kan nå på vanlig måte konstruere parallellogrammet og finne F_R (se figur 2.21c). Ved måling på figuren finner vi at $F_R = 5{,}6$ kN. Angrepslinja til resultanten skråner oppover mot høyre, og vi måler $\alpha_R = 14°$.

Dersom vi ønsker å bestemme plasseringen til resultanten, kan vi finne angrepslinja til resultanten i forhold til et punkt på legemet. Vi velger nedre venstre hjørne (P) og feller en normal fra P ned på angrepslinja til F_R. Fordi vinkelen mellom F_R og horisontalen er 14°, danner normalen 14° med vertikalen. Denne normalen eller *armen* kan vi kalle a_R, og vi måler den til 0,8 m. Dermed kan vi entydig bestemme plasseringen til resultantkraften. Den grafiske løsningen blir:

Resultantkraften $F_R = 5{,}6$ kN på skrå opp mot høyre.
Angrepslinja danner vinkelen $\alpha_R = 14°$ med horisontalen.
Avstanden a_R fra P vinkelrett på resultantens angrepslinje er 0,8 m.

I det neste eksemplet viser vi løsningen i tre etapper uten kommentarer. Prøv selv å forklare framgangsmåten.

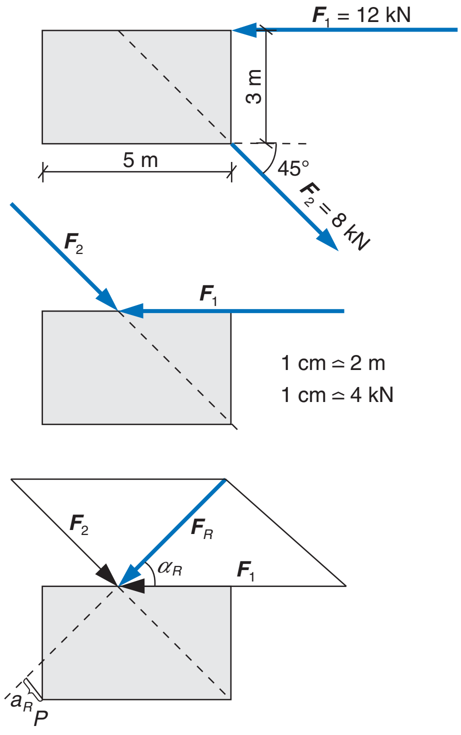
Eksempel 2.7

Vi får denne grafiske løsningen, se figur 2.22:

Resultantkraften $F_R = 8{,}5$ kN på skrå ned mot venstre.

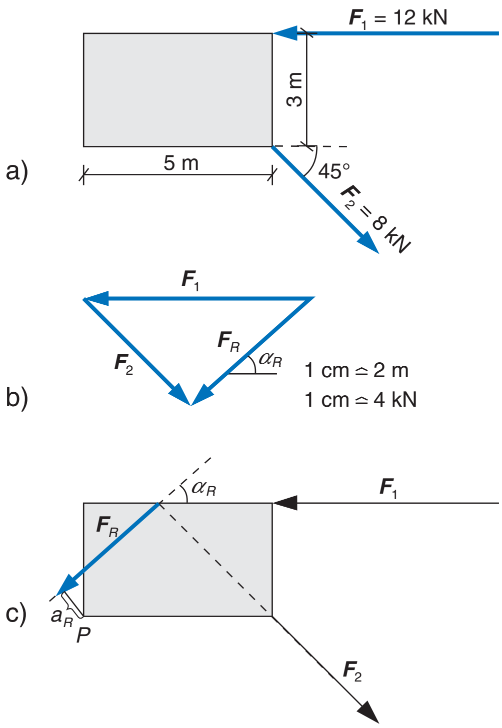
Angrepslinja danner vinkelen $\alpha_R = 42°$ med horisontalen.

Avstanden a_R fra P vinkelrett på resultantens angrepslinje er 0,9 m.



Figur 2.22

Vi kan også her tegne en hjelpefigur for å finne resultanten (se figur 2.23a).



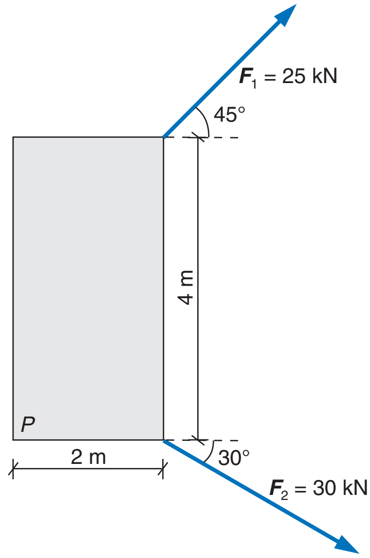
Figur 2.23

Som nevnt kan vi sette av de to kreftene F_1 og F_2 med samme pilretning på hjelpefiguren (figur 2.23b) og finne resultanten F_R i størrelse og retning (α_R). Angrepslinja til resultanten finner vi derimot *ikke* av hjelpefiguen, men vi vet at denne linja går gjennom punktet der angrepslinjene til kreftene F_1 og F_2 krysser hverandre. Vi kan derfor forlenge disse angrepslinjene til de krysser hverandre.

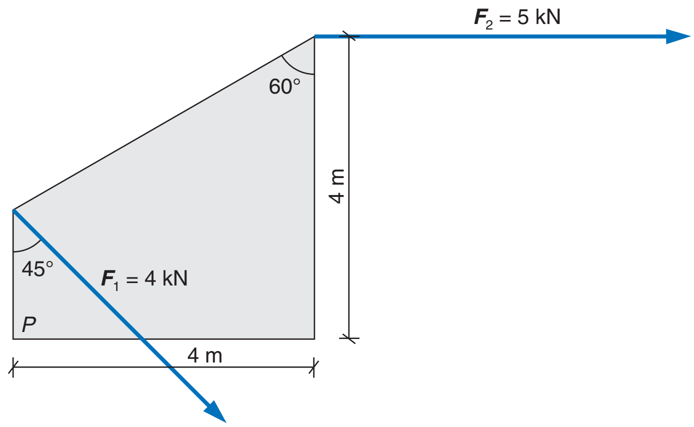
Øvingsoppgaver

Finn grafisk verdien av resultanten F_R, retningen α_R og avstanden a_R (lengden av normalen fra P vinkelrett ned på resultanten) i oppgavene 2.9–2.12:

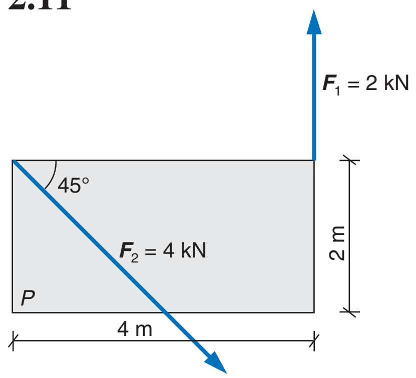
2.9



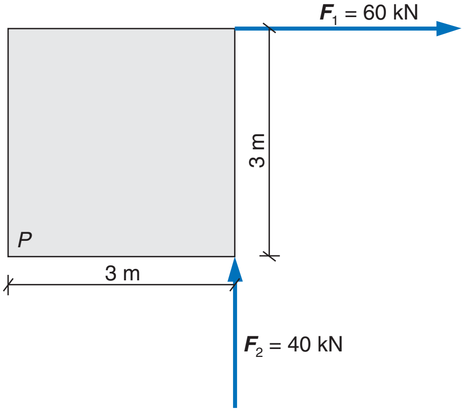
2.10

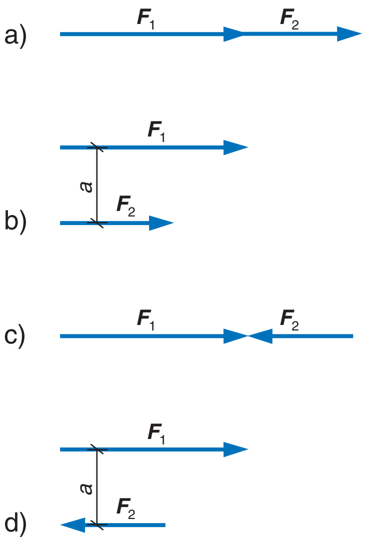


2.11



2.12





Figur 2.24

Kreftene er parallelle

Dersom angrepslinjene til to krefter er parallelle, kan vi finne verdien av resultanten ved å summere de to kreftene når de peker samme vei, og subtrahere dem når de peker motsatt vei.

På figurene 2.24a og b blir $F_R = F_1 + F_2$. Resultanten peker mot høyre. På figurene c og d blir $F_R = F_1 - F_2$. Resultanten peker mot høyre (fordi $F_1 > F_2$).

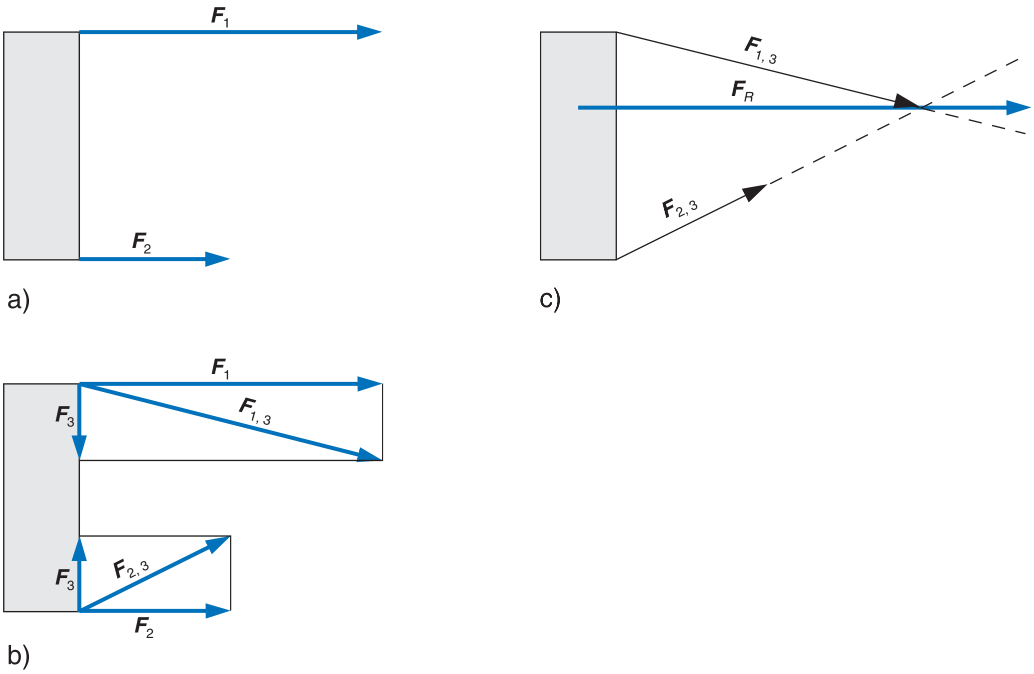
På figur a og c ser vi at resultanten blir liggende på den felles angrepslinja med de to kreftene. På figur b og d må vi derimot finne plasseringen til resultantens angrepslinje.

Vi skal først se på tilfellet der kreftene er parallelle og *peker samme vei*, men der angrepslinjene ikke er sammenfallende. Se figur 2.25a øverst på neste side. Resultantkraftens verdi følger av $F_R = F_1 + F_2$, men vi vet ikke hvor resultanten ligger.

For å løse oppgaven grafisk må angrepspunktene til begge kreftene forskyves slik at de ligger like over hverandre på de to angrepslinjene. Vi setter av to like krefter (F_3) som ligger på samme angrepslinje, men peker hver sin vei. Størrelsen på kreftene velger vi selv. De har en angrepslinje som går gjennom angrepspunktene til F_1 og F_2 (figur 2.25b).

De to nye kreftene opphever hverandre, og vi har derfor ikke endret kraftvirkningen på legemet.

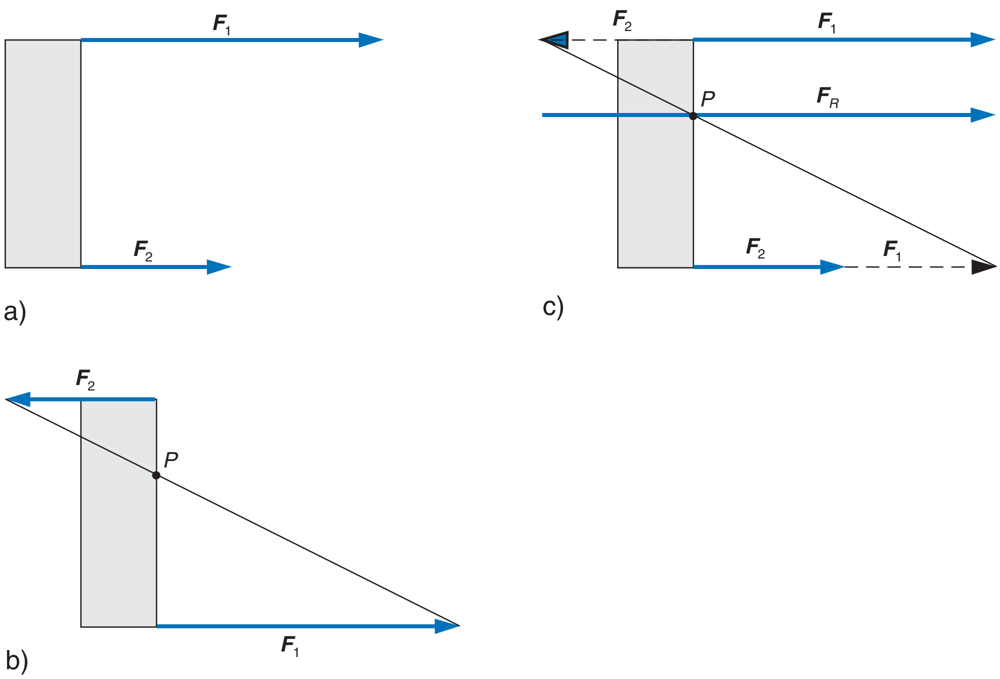
Vi setter så sammen den ene kraften F_3 med F_1 til resultanten $F_{1,3}$ og den andre kraften F_3 med F_2 til $F_{2,3}$. Gjennom krysningspunktet for angrepslinjene til $F_{1,3}$ og $F_{2,3}$ går angrepslinja til F_R (se figur 2.25c). F_R er parallell med angrepslinjene til F_1 og F_2. Vi kjenner verdien, så vi kan tegne den opp gjennom dette krysningspunktet. Vi kunne også ha satt sammen $F_{1,3}$ og $F_{2,3}$ i et parallellogram for å finne F_R, men det gir unødvendig arbeid.



Figur 2.25

Vi har en annen måte å finne angrepslinja til F_R på. Her skal vi bare vise framgangsmåten, uten nærmere forklaring. Når du senere har lært om analytisk sammensetning av krefter, kan du selv prøve å forklare metoden.

De to kreftene er plassert på angrepslinjene sine med angrepspunktene like over hverandre (forbindelseslinja mellom angrepspunktene står vinkelrett på angrepslinjene, se figur 2.26a). Begge kreftene må være plassert som drakrefter eller som skyvekrefter. Nå lar vi kreftene F_1 og F_2 bytte angrepspunkt (figur 2.26b). *Samtidig snur vi den ene kraften motsatt vei* (i vårt tilfelle F_2).



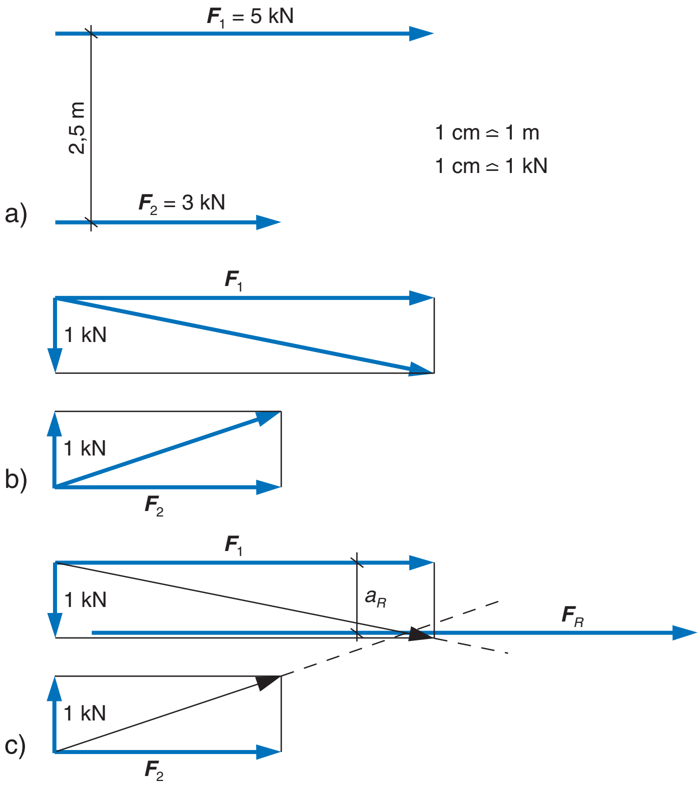
Figur 2.26

Vi binder sammen de to pilspissene med en rett linje. Der denne linja krysser forbindelseslinja mellom angrepspunktene til F_1 og F_2, finner vi et punkt på angrepslinja til F_R. Dette punktet er markert med P på figur 2.26b nederst på forrige side. Vi kjenner verdien og retningen til F_R og kan derfor plassere den slik at angrepslinja går gjennom punkt P. Oppgaven er dermed løst.

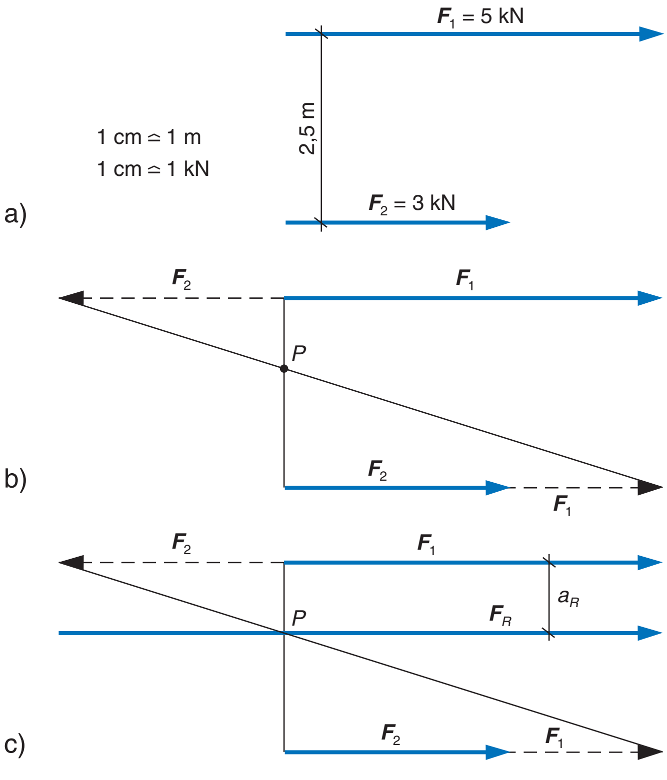
> Resultanten til to parallelle krefter som peker samme vei, er i størrelse lik summen av de to kreftene. Resultanten ligger alltid mellom de to kreftene, og alltid nærmest den største av dem.

Eksempel 2.8

Vi skal finne verdien og plasseringen for resultanten til to parallelle krefter, $F_1 = 5$ kN og $F_2 = 3$ kN. Det er 2,5 m avstand mellom kreftenes angrepslinjer. Figurene 2.27 og 2.28 viser hvordan vi løser oppgaven i tre trinn etter begge metodene. Studer framgangsmåtene.



Figur 2.27



Figur 2.28

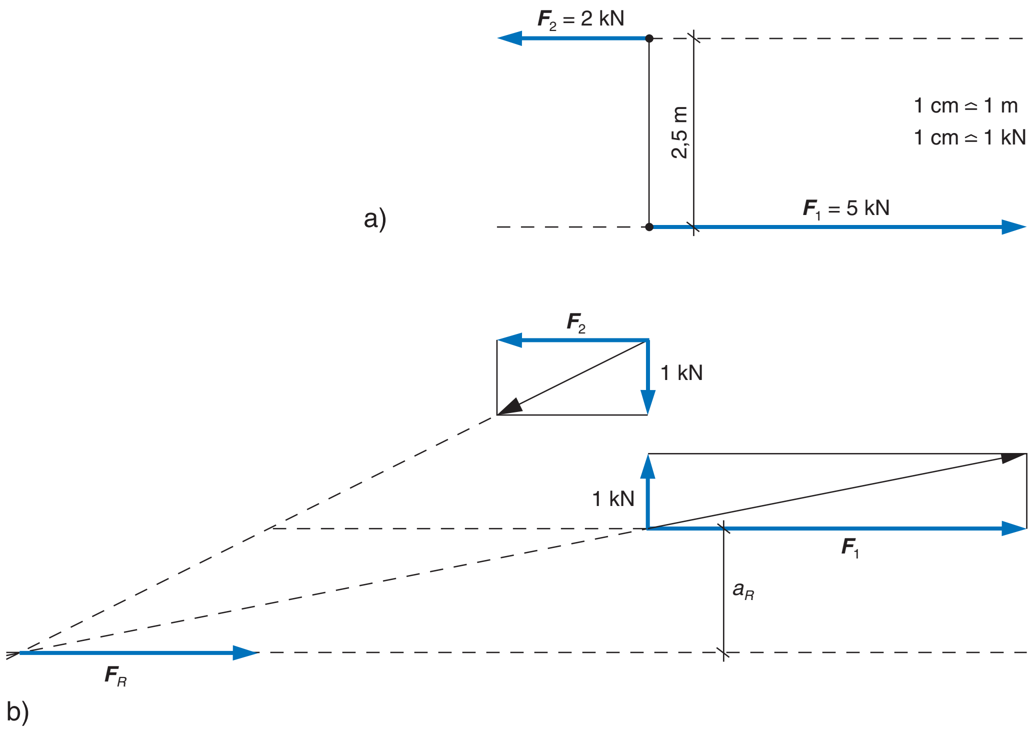
$$F_R = F_1 + F_2 = 5 \text{ kN} + 3 \text{ kN} = 8 \text{ kN} \quad \text{(horisontalt mot høyre)}$$

Av løsningene ser vi at resultantens angrepslinje ligger $a_R = 0{,}9$ m fra angrepslinja til F_1.

Når to krefter er parallelle, men *peker hver sin vei*, kan vi bruke de samme framgangsmåtene. Vi skal gjennomgå et eksempel.

Eksempel 2.9

Vi har to krefter: $F_1 = 5$ kN mot høyre og $F_2 = 2$ kN mot venstre (figur 2.29a). Angrepslinjene er parallelle med en avstand på 2,5 m. Kreftene er plassert slik at forbindelseslinja mellom angrepspunktene står vinkelrett på angrepslinjene.



Figur 2.29

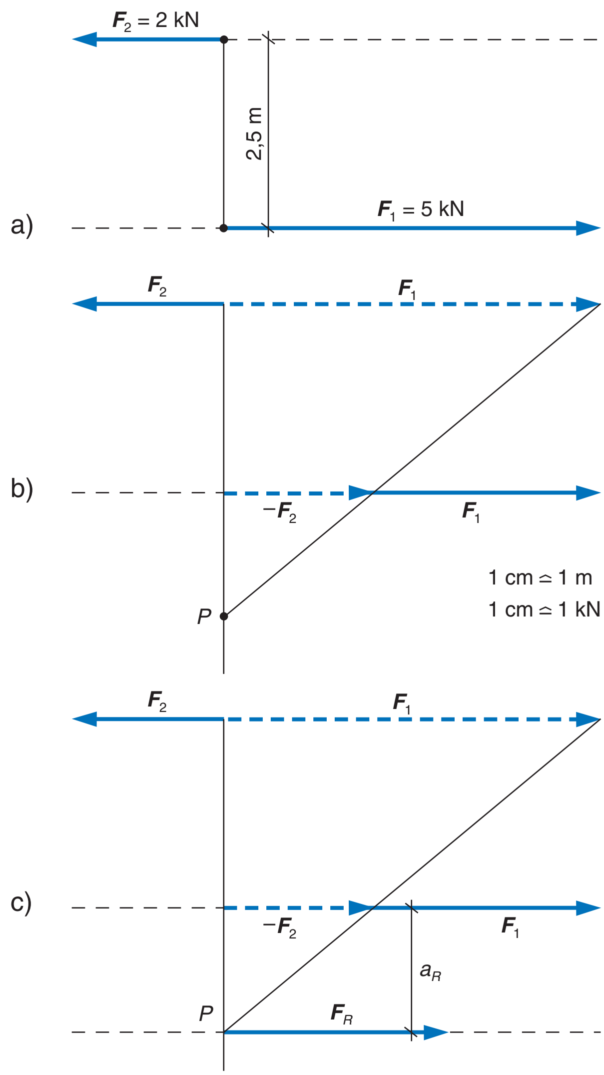
$$F_R = F_1 - F_2 = 5 \text{ kN} - 2 \text{ kN} = 3 \text{ kN} \quad \text{(horisontalt mot høyre)}$$

Vi setter av to like, men motsatt rettete krefter på 1 kN i hvert angrepspunkt (figur 2.29b). Dernest konstruerer vi parvis de to resultantkreftene og forlenger angrepslinjene for disse kreftene til de krysser hverandre. Her har vi nå et punkt på angrepslinja til F_R. Denne angrepslinja kan nå tegnes opp, og vi kan plassere F_R hvor som helst på linja.

Av løsningene kan vi måle at resultantens angrepslinje ligger $a_R = 1{,}7$ m fra angrepslinja til F_1. Vi ser også at resultantens angrepslinje nå ligger *utenfor* angrepslinjene til F_1 og F_2.

Vi skal også se på den alternative løsningsmåten (figur 2.30a øverst på neste side). Nå lar vi igjen kreftene F_1 og F_2 bytte angrepspunkt, se figur 2.30b, etter at vi har plassert begge kreftene som drakrefter eller skyvekrefter. Samtidig snur vi den ene kraften motsatt vei (i dette tilfellet F_2).

Når vi nå drar opp linja til de nye pilspissene, treffer denne linja den vertikale forbindelseslinja mellom angrepspunktene til F_1 og F_2 i punktet P. Her har vi altså et punkt på angrepslinja til F_R, og vi kan trekke opp denne angrepslinja og tegne inn F_R (figur 2.30c). Vi ser at vi får samme løsning som med den første løsningsmetoden.



Figur 2.30

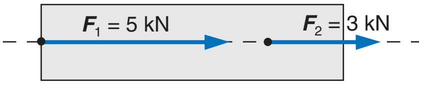
> Resultanten til to parallelle krefter som peker hver sin vei, er i størrelse lik differansen mellom de to kreftene. Resultanten ligger utenfor angrepslinjene til de to kreftene, på samme side som den største kraften ligger.

Dess mer like de to kreftene er i verdi, dess mindre blir resultanten. Resultantens angrepslinje flytter seg da lenger og lenger bort fra de to kreftene. Når to motsatt rettete krefter er like store, blir resultanten lik null. Vi sier at vi har et **kraftpar**. I avsnittet om den analytiske løsningen skal vi se nærmere på kraftpar (se side 64).

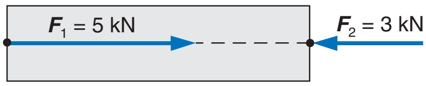
Øvingsoppgaver

Finn verdien av resultanten F_R sammen med plasseringen (avstanden a_R fra angrepslinja til F_1) i oppgavene 2.13–2.18:

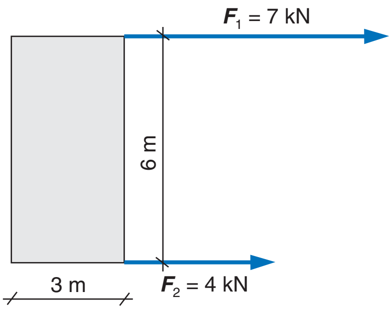
2.13



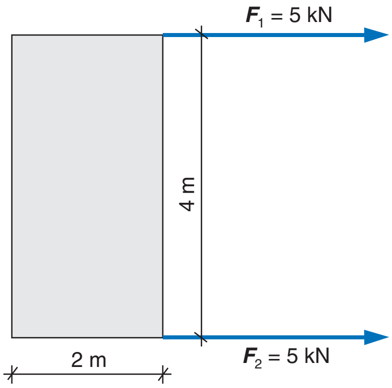
2.14



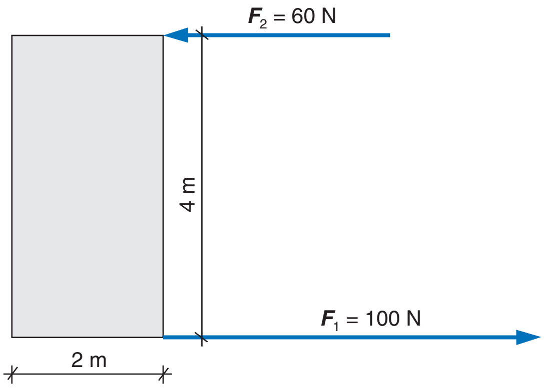
2.15



2.16



2.17



2.18